

sistemi dotati della proprietà in discorso, si potrà mettere sotto la forma :

$$(1) \quad f(x, y) = a.$$

Se questo sistema viene ruotato per un angolo α intorno all'origine degli assi, nel senso in cui si procede dall'asse delle x positive verso quello delle y positive, si trova facilmente che, nella nuova posizione, esso viene rappresentato dall'equazione :

$$(2) \quad f(y \cos \alpha - x \sin \alpha, x \cos \alpha + y \sin \alpha) = a,$$

ossia dalla equazione che si ottiene sostituendo rispettivamente ad x ed y , nell'equazione del sistema originario, i binomi :

$$(3) \quad x \cos \alpha + y \sin \alpha, \quad y \cos \alpha - x \sin \alpha.$$

Derivando rispetto ad x le due equazioni (1), (2), sene caveranno due valori di $-p$; indicandoli rispettivamente con $-p_1$, $-p_2$ la condizione perché le curve dei due sistemi (1) e (2) si seghino sotto l'angolo θ sarà espressa, come è noto, da

$$\frac{1}{\sqrt{1+p_1^2}} \frac{dy}{dx} - \frac{1}{\sqrt{1+p_2^2}} \frac{dy}{dx} = \tan \theta$$

Ciò posto, indicando al solito con i l'immaginario $j/ - i$ e ponendo :

$$(5) \quad x - iy = u, \quad y - ix = v,$$

facilmente si verifica che, sostituendo nei valori di u e v in luogo di x ed y i binomi (3), le w, z ; si mutano rispettivamente in $we^{i\alpha}, ze^{-i\alpha}$. Perciò, se si rappresenta con $\phi(\alpha, i)$ il risultato che si ottiene sostituendo nella funzione $f(x, y)$ i valori di x ed y dati dalle (5), le equazioni dei due sistemi di curve, l'originario ed il ruotato, formate con u e v , saranno rispettivamente :

$$(6) \quad \phi(u, v) = a, \quad \phi(u e^{i\alpha}, v e^{-i\alpha}) = a.$$

Trasformando la (4) per mezzo delle (5) si

trova :

$$\frac{dv}{du} = \frac{\tan \theta}{\cos \alpha},$$

equazione che si può scrivere anche così :